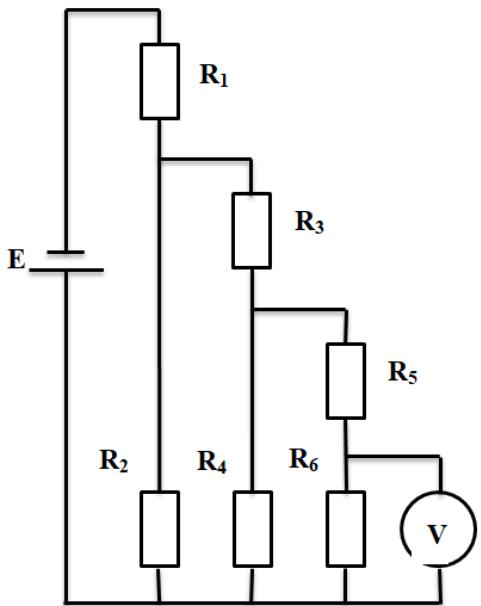


9.4. Цепь состоит из идеального источника напряжения с ЭДС $E = 135$ В, резисторов R_1 – R_6 и идеального вольтметра (см. схему). При каком сопротивлении резистора R_4 вольтметр покажет значение $U = 5$ В? $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $R_3 = 15 \text{ k}\Omega$, $R_5 = 40 \text{ M}\Omega$, $R_6 = 20 \text{ M}\Omega$.



Решение.

Можно заметить, что на схеме представлен многоступенчатый делитель напряжения. На каждом нижнем резисторе (R_h) выходное напряжение равно

$$U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}} \frac{R_h}{R_s + R_h}. \quad (1)$$

Следовательно, на резисторе R_2 напряжение будет:

$$U_1 = E \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{135}{3} = 45 \text{ В.} \quad (2)$$

На резисторе R_4 напряжение будет:

$$U_2 = U_1 \frac{R_4}{R_3 + R_4}. \quad (3)$$

На резисторе R_6 напряжение будет:

$$U = U_2 \frac{R_6}{R_5 + R_6}. \quad (4)$$

$$U_2 = U \frac{R_5 + R_6}{R_6} = 5 \cdot 3 = 15 \text{ В.} \quad (5)$$

Из уравнения (3):

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_3 + R_4}{R_4} = 1 + \frac{R_3}{R_4};$$

$$R_4 = R_3 \frac{U_2}{U_1 - U_2} = 15 \text{ k}\Omega \cdot \frac{1}{2} = 7,5 \text{ k}\Omega.$$

Примечание: Школьники может заметить, что $\frac{U}{E} = \frac{1}{27} = \left(\frac{1}{3}\right)^3$. Значит, на каждом этапе напряжение падает в 3 раза, что возможно, когда нижний резистор по номиналу в 2 раза меньше верхнего, откуда получаем ответ.

Примечание. Величины сопротивлений $R_1, R_2 \ll R_3, R_4 \ll R_5, R_6 \ll R_U$ (сопротивление идеального вольтметра бесконечно большое). Поэтому ток, перетекающий по параллельному сопротивлению, мал, и $U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}} \frac{R_h}{R_h + R_s}$

Разбалловка.

№	Критерий	Баллы
1	Отмечено, что схема представляет собой многоступенчатый делитель напряжения.	2
2	Записана формула (1) для делителя напряжения.	1
3	Найдено напряжение U_1 на резисторе R_2	2
4	Записано выражение (3) для напряжения U_2 на резисторе R_4	1
5	Записано выражение (4) для напряжения U на резисторе R_6	1
6	Записано выражение (5) для напряжения U_2 на резисторе R_4 (или найдено числовое значение U_2)	2
7	Получен числовой ответ $R_4 = 7,5$ кОм (при качественном решении, как примечании, за правильный ответ ставим за задачу полный балл).	1
	Итого	10